

検査V 数 学

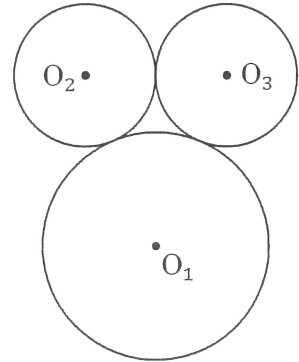
解答上の注意 解答は、全て解答用紙に記入すること。
ただし、1は答えのみでよい。

1 次の問いに答えなさい。

(1) 3辺の長さが a , $a+2$, $a+3$ である三角形において、1つの内角が 120° であるとき、 a の値を求めなさい。

(2) ある製品には、1000 個に 1 個の割合で不良品が含まれている。この製品の品質検査では、不良品が不良品であると判定される確率は 99 % で、不良品でないものが誤って不良品であると判定される確率は 2 % である。この品質検査で不良品であると判定された製品が不良品である確率を求めなさい。

(3) 右の図のように、半径 8 の円 O_1 と半径 5 の 2 つの円 O_2 , O_3 とが互いに 2 つずつ外接している。このとき、円 O_1 , O_2 , O_3 すべてに外接する円の半径を求めなさい。



(4) $x - 3y - z = 3$, $x + y + z = -5$ を満たす x , y , z のすべての値に対して、 $ax^2 + 2by^2 + cz^2 = 24$ が成り立つとき、 a , b , c の値を求めなさい。

(5) 等差数列 $\{a_n\}$ の初項が 3、初項から第 19 項までの平均が 30 である。このとき、初項から第 19 項までの 19 個の値からなるデータの分散を求めなさい。

(6) 空間内の 3 点 $A(2, 3, 1)$, $B(3, -1, 2)$, $C(1, 5, 4)$ を頂点とする $\triangle ABC$ の面積を求めなさい。

(7) 極限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$ を求めなさい。

検査V 数 学

2 関数 $y = \sin x + 3 \cos x$ ($0 \leq x < 2\pi$) について、次の問いに答えなさい。

(1) y の最小値を求めなさい。

(2) y が最小値をとるときの x の値を θ とするとき、 $\cos 2\theta$ の値を求めなさい。

3 4人でじゃんけんを100回するとき、2人だけが勝つ回数を X とする。ただし、あいこの場合も1回のじゃんけんを行ったとする。 X の期待値 $E(X)$ と標準偏差 $\sigma(X)$ を求めなさい。

4 方程式 $8^x + 8^{-x} - 4(4^x + 4^{-x}) + 2(2^x + 2^{-x}) - 4 = 0$ を解きなさい。

5 a を実数の定数とし、 $f(x) = x^2 - 6x + 11$ 、 $g(x) = ax$ とする。2つの関数 $f(x)$ 、 $g(x)$ の定義域を $2 \leq x \leq 5$ とするとき、次の問いに答えなさい。

(1) ある x に対して、 $f(x) \leq g(x)$ が成り立つような a の値の範囲を求めなさい。

(2) ある x_1, x_2 に対して、 $f(x_1) \leq g(x_2)$ が成り立つような a の値の範囲を求めなさい。

6 座標平面上で、原点 O を中心とする半径1の円を A とし、点 P を A の円周上にある第1象限の点とする。 P から y 軸へ下ろした垂線を PQ とし、中心が点 Q 、半径 PQ の円を B とする。このとき、円 A とその内部または円 B とその内部からなる部分を y 軸の周りに1回転してできる回転体の体積を V とする。点 P の x 座標を r とするとき、 V が最大となる r の値を求めなさい。

7 0以上の整数 n に対して、

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \, dx$$

と定める。

(1) $n \geq 2$ のとき、 $I_n = \frac{n-1}{n} I_{n-2}$ を示しなさい。

(2) $n \geq 1$ のとき、 $n I_n I_{n-1}$ を求めなさい。

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n = 0$ を示しなさい。